La «teoria non tradizionale della predicazione» di Horst Wessel: negazione «esterna» e negazione «interna»

[Draft paper]

Alessandro Becchi
Dottorando in Filosofia
Università di Firenze
notung@unifi.it

In una serie di libri e articoli, [1] Horst Wessel ha elaborato – sulla scia di alcune idee guida già presentate da Alexander A. Sinowjew[2] - una teoria logica della predicazione basata su un'idea di "enunciato semplice" alternativa rispetto a quella normalmente in uso nelle trattazioni "standard" dei linguaggi elementari. Normalmente, infatti, la struttura logica degli enunciati semplici viene introdotta all'interno di quel capitolo della logica formale chiamato "teoria della quantificazione" (altrimenti detta "logica dei predicati"); al contrario, Wessel ha sottolineato come la problematica degli enunciati semplici meriti una trattazione separata in un capitolo *speciale* della logica, che egli chiama "teoria della predicazione". Come vedremo subito, egli caratterizza la teoria da lui proposta come "non tradizionale" in quanto essa ammette due *modi* della predicazione, al contrario della teoria "tradizionale" che ammette soltanto l'*attribuzione* di un dato predicato n-ario ad una data n-upla di individui (la predicazione è, in quest'ottica, sempre "affermativa").

Nell'ottica di Wessel, ogni enunciato semplice è analizzabile in termini di soggetti logici, predicato, e un certo "operatore predicativo". I soggetti logici e i predicati sono concepiti nel modo consueto, ossia come denotanti n-uple ordinate di individui e relazioni n-arie. L'operatore predicativo, tuttavia, può esprimere due diversi e opposti modi (o "atti") della predicazione, ossia:

(1) l'*attribuzione* [*zusprechen*] di un predicato a un soggetto;

(2) la *negazione* [*absprechen*] di un predicato rispetto a un soggetto.

---

[1] In particolare: Horst Wessel, *Logik und Philosophie*, Logos-Verlag, Berlin (1976, 1999 II ed.); Horst Wessel, *Logik*, Logos-Verlag, Berlin (1998).

[2] Alexander A. Sinowjew, *Komplexe Logik. Grundlagen einer logischen Theorie des Wissens*, Berlin (1970).

Attraverso l'operazione (1) otteniamo enunciati semplici *affermativi*, mentre l'operazione (2) genera enunciati semplici *negativi*. Nel linguaggio naturale gli operatori (1) e (2) vengono espressi attraverso le locuzioni più diverse: «è», «non è», «ha», «non ha», come pure attraverso semplici accostamenti di soggetto e predicato, con o senza l'aggiunta della locuzione «non».

Dati dunque un soggetto s (individuo o n-upla) ed un predicato P (unario o n-ario), possiamo rappresentare - e leggere - le operazioni (1) e (2) come segue:

(I) s**ø**P : «s possiede P», «P viene attribuito ad s», «P appartiene ad s»;

(II) s•**ø**P : «s non possiede P», «P viene negato di s», «P non appartiene ad s».

Esempi di enunciati del tipo (I) sono: «l'elettrone ha carica negativa», «Socrate corre», «Berlino è situata tra Rostock e Lipsia»; esempi del tipo (II): «Antonio non mangia», «Antonio non ama Maria». Qui il simbolo • non ha niente a che fare con la consueta negazione enunciativa, ma è solo una parte del simbolo •**ø** che esprime l'atto di negare un predicato di un soggetto; esso esprime dunque un tipo di negazione che chiameremo *interna*, in quanto distinta dalla negazione enunciativa, che chiameremo *esterna* e indicheremo con il simbolo **X**. La negazione interna opera sul simbolo **ø**, facendo passare dal modo "attributivo" della predicazione (1) al modo "negativo" della predicazione (2); essa esprime dunque una certa relazione tra soggetto e predicato. La negazione esterna, invece, opera sul valore di verità dell'intero enunciato che la segue, indipendentemente dalla struttura interna di tale enunciato.

Dati un soggetto a ed un predicato P, non sono possibili soltanto i casi (I) e (II), ma è possibile anche il caso:

(III) s?**ø**P : «il possesso o meno di P da parte di s è *indeterminato*»

Tuttavia, il caso (III) non corrisponde ad un terzo modo della predicazione – esistono solo due modi della predicazione – ma è definibile[3] in termini di **ø** e •**ø** come segue:

(*) s?**ø**P *sse* **X**(s**ø**P) ∧ **X**(s•**ø**P)

Ossia, il possesso o meno di P da parte di s è indeterminato se e solo se non si dà il caso che P appartiene ad s e non si dà il caso che P non appartiene ad s (qui l'espressione «non si dà il caso che» può essere letta anche come «è falso che»). Un altro modo di scrivere (*) è:

(**) s?**ø**P *sse* **X**((s**ø**P) ∨ (s•**ø**P))

Se adesso, per comodità, abbreviamo gli enunciati affermativi, negativi e indeterminati come segue:[4]

s**ø**P : P(s)
s•**ø**P : •P(s)
s?**ø**P : ?P(s)

possiamo riscrivere (**) nella forma:

(***) ?P(s) *sse* **X**(P(s) ∨ •P(s))

ossia un enunciato è indeterminato proprio quando in relazione ad esso *non vale* la legge del Terzo Escluso formulata in termini di negazione interna.[5] È opportuno anche sottolineare che Wessel si muove in un quadro logico rigorosamente *bivalente*: esistono esattamente due valori logici, il vero e il falso, ed ogni enunciato possiede esattamente uno di tali valori.

[3] Dunque gli enunciati indeterminati non sono mai logicamente semplici.
[4] E d'ora in avanti faremo uso di questa notazione abbreviata.
[5] Nonostante ciò continua a valere per ogni enunciato – anche per quelli indeterminati - la versione "classica" del Terzo Escluso formulata in termini di negazione enunciativa, così come continuano a valere per la tale negazione tutte le leggi della logica classica.

Dunque anche gli enunciati della forma ?P(s) assumono al pari degli altri il valore vero o il valore falso (ad essi *non* corrisponde un terzo valore logico).

Dato un enunciato P(s) in forma rispettivamente affermativa, negativa e indeterminata, è possibile caratterizzare la sua negazione enunciativa $\mathbf{X}$ mediante la negazione interna $\bullet$ ed il segno di indeterminatezza ? tramite le seguenti equivalenze:

(i) $\mathbf{X}P(s)$ *sse* $\bullet P(s) \vee ?P(s)$

(ii) $\mathbf{X}\bullet P(s)$ *sse* $P(s) \vee ?P(s)$

(iii) $\mathbf{X}?P(s)$ *sse* $P(s) \vee \bullet P(s)$

Dal caso (i) risulta evidente che mentre

$$\bullet P(s) \rightarrow \mathbf{X}P(s)$$

è una legge logica (se un dato soggetto non possiede un dato predicato allora è falso asserire che lo possiede), tuttavia *non* è una legge logica:

$$\mathbf{X}P(s) \rightarrow \bullet P(s)$$

poiché se è falso asserire che un dato soggetto possiede un dato predicato, da ciò stando a (i) segue soltanto *o* che tale soggetto non possiede tale predicato *oppure* che tale rapporto tra soggetto e predicato è indeterminato. Ne segue che la negazione interna di un enunciato è *condizione sufficiente ma non necessaria* per la sua negazione esterna; quest'ultima può infatti dipendere anche dallo stato di indeterminatezza di tale enunciato. Dal caso (ii) risulta – per le stesse ragioni del caso (i) che mentre

$$P(s) \rightarrow \mathbf{X}\bullet P(s)$$

è una legge logica, *non* lo è

$\mathbf{X}\bullet P(s) \rightarrow P(s)$.

Dal caso (iii) risulta che per tutti gli enunciati che non sono indeterminati, vale il Terzo Escluso anche nella forma della negazione interna; in assenza di enunciati indeterminati, dunque, le due negazioni $\bullet$ e $\mathbf{X}$ risultano equivalenti e possono essere identificate. Per questo motivo, Wessel chiama tale caso il caso *classico*. Quest'ultimo è tuttavia un caso speciale di quello *non classico*, nel quale le due negazioni devono essere tenute distinte e devono essere ammessi enunciati indeterminati nel senso sopra illustrato.[6]

Dunque, riassumendo, mentre continuano a valere le leggi classiche della negazione enunciativa

$P(s) \vee \mathbf{X}P(s)$

$\mathbf{X}\mathbf{X}P(s) \rightarrow P(s)$

non sono leggi logiche

$P(s) \vee \bullet P(s)$

$\mathbf{X}\bullet P(s) \rightarrow P(s)$,

mentre lo sono:

$P(s) \vee \bullet P(s) \vee ?P(s)$

[6] L'uso che Wessel fa degli aggettivi 'classico' e 'non classico' non corrisponde in questo contesto alla distinzione tra logica classica e logica intuizionista. Nella sua ottica, *sia* i logici cosiddetti classici *che* gli intuizionisti rientrano nel 'caso classico', poiché non distinguono le due forme di negazione in esame; per

$\mathbf{X} \bullet P(s) \rightarrow (P(s) \vee ?P(s))$

La distinzione tra i due modi della predicazione (l'affermazione [*zusprechen*] del predicato e la negazione [*absprechen*] del predicato rispetto a un soggetto) ci porta a riconoscere l'esistenza di enunciati indeterminati nel senso sopra esposto, e a rifiutare come non valida la regola:

$\mathbf{X} \bullet P(s)$

\----------

$P(s)$

Che tale regola possa essere messa in discussione, risulta abbastanza chiaro se prendiamo in considerazione alcuni enunciati del linguaggio naturale.

Sia ad esempio P(s) l'enunciato «la Luna è pari»; un modo naturale di rendere in italiano $\mathbf{X} \bullet P(s)$ è: «non si dà il caso che la luna non sia pari», che è logicamente equivalente a «non si dà il caso che la luna sia dispari» (poiché vale che «*x* non è pari» *sse* «*x* è dispari»). Ma da quest'ultimo enunciato (vero) non siamo autorizzati ad inferire P(s), ossia che «la Luna è pari», poiché la Luna non è il tipo di oggetto per cui abbia senso chiedersi se è pari o dispari; in relazione alla Luna e alla proprietà di essere pari vale dunque $\mathbf{X}P(s) \wedge \mathbf{X} \bullet P(s)$, ossia vale ?P(s). In generale, in tutti i casi di *errore categoriale* la regola in questione fallisce, poiché il caso pertinente [*zutreffende*] risulta essere sempre ?P(s), e la conclusione della regola non è mai P(s).

Ancora, sia P(s) l'enunciato «Giorgio ha cessato di picchiare sua moglie»; esso non è derivabile logicamente dall'enunciato «non si dà il caso che Giorgio non abbia cessato di picchiare sua moglie». Infatti, nella circostanza in cui Giorgio non abbia *mai* picchiato sua moglie, risulta falso *sia* che egli ha cessato di picchiarla *sia* che egli non ha cessato di picchiarla (in quanto quest'ultima espressione significa che egli sta continuando a

---

entrambi tali gruppi vale infatti che $\mathbf{X}P(s) \leftrightarrow \bullet P(s)$; e ciò dipende dal fatto che essi non distinguono tra i due modi della predicazione.

picchiarla); ossia, anche in questo caso l'unica conclusione derivabile è ?P(s). Da notare che nella circostanza descritta, quella cioè in cui Giorgio non ha mai picchiato sua moglie, l'enunciato **X**•P(s) che fa da premessa è vero, poiché è vera la congiunzione **X**P(s) ∧ **X**•P(s).

Infine, sia P(s) l'enunciato «nello sviluppo decimale di **à** lo zero occorre 10^{10} volte di seguito»; anche in questo caso non è chiaro come tale enunciato possa essere derivato logicamente da «non si dà il caso che nello sviluppo decimale di **à** lo zero non occorre 10^{10} volte di seguito». Infatti, notoriamente, nel caso di **à** abbiamo a che fare con una frazione decimale non periodica infinita, percui il possesso da parte di **à** della proprietà in questione è soltanto semi-decidibile; ossia potremmo –in linea di principio- giungere a stabilire soltanto P(s), ma non •P(s). A ciò viene comunemente obiettato che, nonostante la nostra ignoranza in proposito, tuttavia nello sviluppo decimale di **à** considerato "in sé" uno dei due casi deve valere, P(s) o •P(s). Tuttavia, trattandosi nel nostro caso di un processo potenzialmente infinito, non può esistere nessuno sviluppo decimale di **à** "in sé" compiuto; percui, di nuovo, anche qui il caso pertinente è ?P(s).

In tutti e tre i casi precedenti abbiamo dunque che il possesso o meno del predicato in questione da parte del soggetto è indeterminato, percui il passaggio da **X**•P(s) –che risulta un enunciato *vero*, dato il modo in cui l'indeterminatezza è stata caratterizzata- a P(s) è ingiustificato, poiché di fatto vale sempre ?P(s).[7]

Anche nei casi di enunciati semplici contenenti (almeno) un *termine vuoto* tra i soggetti logici, abbiamo che sia P(s) che •P(s) risultano falsi, ossia vale ?P(s). Questo fatto trova riscontro nel modo corrente di parlare, nel quale vengono considerati falsi sia gli enunciati semplici contenenti un soggetto vuoto, sia le corrispondenti negazioni interne (o "predicative"). Quando ad esempio diciamo «le peonie nel mio ufficio sono rosse», veniamo presi per bugiardi se non c'è alcuna peonia nel nostro ufficio; allo stesso modo, mentiamo se affermiamo nella stessa situazione «le peonie del mio ufficio non sono rosse».

---

[7] In quest'ottica, quindi, si assume che i predicati non siano "totalmente definiti"; ossia, dato un dominio *D*, se indichiamo con ¹(P) l'insieme degli individui che possiedono P e con ~~¹(P)~~ l'insieme degli individui che non possiedono P, in generale vale: ¹(P)**N**~~¹(P)~~ @ *D*.

Ciò rappresenta anche un'evidenza del fatto che la negazione impiegata nel secondo enunciato non può essere interpretata come negazione enunciativa.[8]

Sebbene Wessel non si pronunci esplicitamente in proposito, lo stesso genere di considerazioni può valere per gli enunciati semplici *al futuro*. Nella misura in cui gli enunciati al futuro esprimono fatti contingenti che (attualmente) non esistono, l'appartenenza o meno della proprietà espressa dal predicato dell'enunciato all'oggetto denotato dal soggetto dell'enunciato risulta (attualmente) indeterminata. Ne segue che, dato un enunciato al futuro $P(s)$, vale $\mathbf{X}P(s) \wedge \mathbf{X}\bullet P(s)$, ossia vale $\mathbf{X}(P(s) \vee \bullet P(s))$, sebbene $P(s) \vee \mathbf{X}P(s)$ sia sempre una legge logica. Ogni enunciato semplice che esprime un fatto futuro risulta quindi *indeterminato*, e ciò nonostante la validità del Terzo Escluso formulato in termini di negazione enunciativa. Infatti, nell'alternativa tra $P(s)$ e $\mathbf{X}P(s)$, per gli enunciati al futuro vale sempre il caso $\mathbf{X}P(s)$; ma vale *anche* $\mathbf{X}\bullet P(s)$, ossia vale $?P(s)$. Tutto ciò può avere un certo interesse in relazione al problema principale trattato in questo lavoro, poiché ci mette in grado di affermare l'indeterminatezza attuale di ogni enunciato semplice che esprime un fatto futuro contingente, pur restando all'interno di una piena accettazione della bivalenza e del principio del Terzo Escluso.

Nella concezione "tradizionale" della predicazione, sostenuta sia dai logici classici che dagli intuizionisti, gli enunciati della forma $s\boldsymbol{\emptyset}P$ e $s\bullet\boldsymbol{\emptyset}P$ vengono rappresentati rispettivamente come $P(s)$ e $\mathbf{X}P(s)$, ossia –secondo Wessel- viene commesso l'errore logico di identificare la negazione (interna) $\bullet\boldsymbol{\emptyset}$ come *modo della predicazione* con la negazione (enunciativa) $\mathbf{X}$ come *predicazione della falsità*. In conseguenza di ciò, il logico classico sostiene la validità (senza restrizioni) della legge del Terzo Escluso, anche nella forma

---

[8] Alla luce di tale fatto, osserva Wessel, dato E predicato di esistenza, possiamo formulare i seguenti assiomi per una «logica dell'esistenza»:

A1. $\mathbf{X}\bullet E(s)$

A2. $(P(s) \vee \bullet P(s)) \rightarrow E(s)$

A3. $\mathbf{X}E(s) \rightarrow ?P(s)$

A4. $(P(s) \wedge \mathbf{X}P(s)) \rightarrow \mathbf{X}E(s)$

Una lettura intuitiva di tali assiomi può essere fornita attraverso le seguenti considerazioni. Un soggetto s può essere vuoto o denotante; nel primo caso $\bullet E(s)$ sarà falso, poiché contiene un soggetto vuoto; nel secondo caso, $\bullet E(s)$ sarà falso, perché l'oggetto denotato da s esiste; in entrambi i casi abbiamo dunque $\mathbf{X}\bullet E(s)$ [A1]. Il fatto che si possa affermare oppure negare un predicato rispetto a un soggetto è condizione sufficiente per affermare l'esistenza di tale soggetto [A2]. Se un soggetto logico è vuoto, l'enunciato semplice che lo contiene sarà indeterminato [A3]. Non esistono oggetti contraddittori [A4].

$P(s) \vee \bullet P(s)$; e ciò, come abbiamo visto, è sbagliato. D'altronde, il logico intuizionista sostiene l'invalidità (senza restrizioni) della legge del Terzo Escluso, anche nella forma $P(s) \vee \mathbf{X}P(s)$; e anche ciò è sbagliato. Il logico intuizionista, secondo Wessel, ha ragione nel rifiutare come leggi logiche

$P(s) \vee \bullet P(s)$

$\mathbf{X} \bullet P(s) \rightarrow P(s)$

ma data la sua accettazione di

$\bullet P(s) \leftrightarrow \mathbf{X}P(s)$

è portato (erroneamente) a rifiutare anche le leggi logiche

$P(s) \vee \mathbf{X}P(s)$

$\mathbf{X}\mathbf{X}P(s) \rightarrow P(s)$.

Uno dei motivi che hanno indotto molti logici ad identificare i due tipi di negazione, potrebbe dipendere dal fatto che nel linguaggio naturale (al livello del suo uso "extralinguistico") non vi è alcuna espressione equivalente alla negazione enunciativa $\mathbf{X}$. Tale negazione deve essere infatti resa nel linguaggio naturale attraverso espressioni artificiali come «non è il caso che …», «è falso che …», ecc. operando così una distinzione tra livelli dell'uso linguistico che non è richiesta nel caso dell'identificazione degli altri operatori verofunzionali con certe particelle del linguaggio naturale ('e', 'o', 'se…allora…', …). In altri termini, al livello del linguaggio nel suo uso comune, extralinguistico, la negazione è soltanto quella interna $\bullet$.

Volendo dare brevemente una caratterizzazione più precisa della teoria non tradizionale della predicazione (d'ora in avanti TNTP) avanzata da Wessel, stabiliamo quanto segue.

L'*alfabeto* di TNTP è costituito da:

- l'alfabeto della logica proposizionale;
- s, s_1, s_2, …, s_n, … variabili per individui (soggetti logici);
- P, Q, R, P_1, P_2, … variabili per predicati;
- • negazione interna;
- ? simbolo di indeterminatezza.

Formule predicative:

1. se *x* è una variabile individuale e *f* è una variabile predicativa unaria, allora *f(x)* e •*f(x)* sono formule predicative;
2. se x_1, …, x_n sono variabili individuali e *f* è una variabile predicativa n-aria, allora $f(x_1, \ldots, x_n)$ e $\bullet f(x_1, \ldots, x_n)$ sono formule predicative;
3. nient'altro è una formula predicativa.

Formule di TNTP:

1. variabili proposizionali e formule predicative sono formule di TNTP;
2. se **Ñ**, **Ò** sono formule di TNTP, allora anche **Ñ** $\wedge$ **Ò**, **Ñ** $\vee$ **Ò**, **Ñ** $\rightarrow$ **Ò**, **Ñ** $\leftrightarrow$ **Ò**, **XÑ** sono formule di TNTP;
3. nient'altro è una formula di TNTP.

Inoltre, in linea con quanto già esposto in precedenza riguardo agli enunciati semplici, aggiungiamo alle regole semantiche della logica proposizionale classica le seguenti regole semantiche della TNTP:

R1. Agli formule predicative vengono assegnati i valori di verità 0 e 1 allo stesso modo delle variabili enunciative. Inoltre due formule predicative sono distinte esattamente quando differiscono graficamente tra di loro.

R2. Se P(s) ha il valore 1, allora •P(s) ha il valore 0.

R3. Se •P(s) ha il valore 1, allora P(s) ha il valore 0.

R4. ?P(s) è equivalente a **X**P(s) $\wedge$ **X**•P(s).

R5. Se P(s) ha il valore 0, allora il valore di •P(s) non dipende dal valore di P(s) – ossia •P(s) può assumere tanto il valore 1 quanto il valore 0.

R6. Se •P(s) ha il valore 0, allora il valore di P(s) non dipende dal valore di •P(s) – ossia P(s) può assumere tanto il valore 1 quanto il valore 0.

Wessel ha mostrato che:

(i) l'insieme delle tautologie di TNTP è decidibile;[9]

(ii) TNTP è, rispetto alle regole semantiche R1-R6, consistente e completa.[10]

Sulla base delle regole semantiche R1-R6 è possibile dare anche una caratterizzazione delle relazioni di *contrarietà*, *contraddittorietà*, *subalternità*, *subcontrarietà* tra formule predicative. Come vedremo subito, il classico "quadrato logico" delle opposizioni si lascia ampliare ad un "esagono logico", dove trovano posto sia le formule determinate che quelle indeterminate. Adottiamo dunque le seguenti definizioni:

---

[9] Per un'esposizione del metodo di decisione (che non differisce essenzialmente da quello delle tavole di verità per la logica proposizionale) vedi: Wessel [1998], pp.159-161.

[10] Per una assiomatizzazione e dimostrazione di consistenza e completezza della teoria, vedi Wessel [1998] pp.164-165.

D1. Due formule A e B sono mutuamente *contraddittorie sse* $\mathbf{X}(A \wedge B)$ e $A \vee B$ sono tautologie.

D2. Due formule A e B sono mutuamente *contrarie sse* $\mathbf{X}(A \wedge B)$ è una tautologia ma $A \vee B$ non lo è.

D3. Una formula B è *subalterna* rispetto a una formula A *sse* $A \rightarrow B$ è una tautologia, ma $B \rightarrow A$ non lo è.

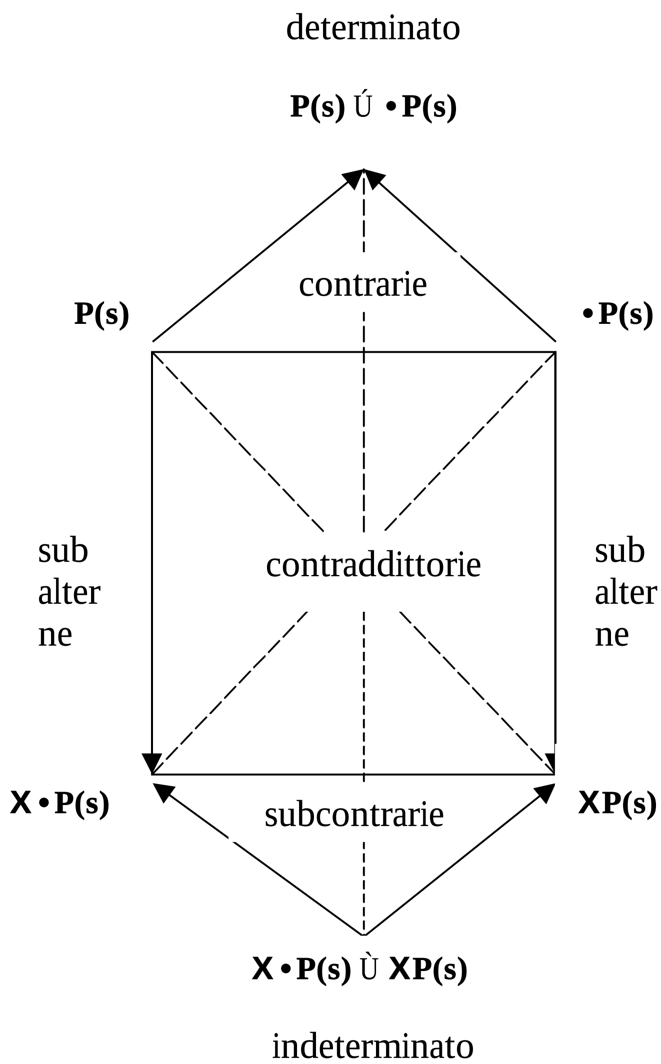
D4. Due formule A e B sono mutuamente *subcontrarie sse* $A \vee B$ è una tautologia, ma $\mathbf{X}(A \wedge B)$ non lo è.

Vediamo subito che le formule predicative P(s) e $\bullet$P(s) risultano contrarie, perché soddisfano la definizione D2. Le formule P(s) e $\mathbf{X}$P(s), così come le formule $\bullet$P(s) e $\mathbf{X}\bullet$P(s) risultano invece contraddittorie, stando alla definizione D1. Formule subalterne, stando alla definizione D3 risultano essere, rispettivamente, P(s) e $\mathbf{X}\bullet$P(s), $\bullet$P(s) e $\mathbf{X}$P(s). Le formule subcontrarie (D4) sono invece $\mathbf{X}\bullet$P(s) e $\mathbf{X}$P(s).
Alla luce delle considerazioni precedenti sull'indeterminatezza, affermiamo inoltre che:

D5. Una formula predicativa P(s) o $\bullet$P(s) è *determinata sse* vale $P(s) \vee \bullet P(s)$.

D6. Una formula predicativa P(s) o $\bullet$P(s) è *indeterminata sse* vale $\mathbf{X}P(s) \wedge \mathbf{X}\bullet P(s)$.

È chiaro che anche tra formule determinate e corrispondenti formule indeterminate vale un rapporto di contraddittorietà. Possiamo adesso rappresentare graficamente i rapporti stabiliti in D1-D6 come segue:


determinato
P(s) Ú •P(s)
contrarie
P(s)
•P(s)
sub
alter
ne
contraddittorie
sub
alter
ne
X•P(s)
XP(s)
subcontrarie
X•P(s) Ù XP(s)
indeterminato